

## Gravitation für Fortgeschrittene – AGNs in der 10. Jahrgangsstufe

1) Berechne, wie viel Masse pro Sekunde in die Sonne fallen müsste, um ihre Leuchtkraft zu decken.

Gegeben:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}, M_{\text{Sonne}} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{kg}, R_{\text{Sonne}} = 6,96 \cdot 10^8 \text{m}, L_{\text{Sonne}} = 3,85 \cdot 10^{26} \text{W}$$

$$\frac{G \cdot m \cdot M}{R} = 3,845 \cdot 10^{26} \text{J} \rightarrow m = \frac{R \cdot 3,845 \cdot 10^{26} \text{J}}{G \cdot M}$$

$$m = 2,02 \cdot 10^{15} \text{kg}$$

2) Berechne die Entfernung zu einer Zentralmasse, ab der die kinetische Energie eines Teilchens mit Lichtgeschwindigkeit gerade noch ausreicht, das Gravitationsfeld zu verlassen (Schwarzschildradius).

$$\frac{G \cdot m \cdot M}{R} = 0,5 \cdot mv^2$$

$$R = \frac{2G \cdot M}{c^2}$$

3) Bis auf welche Entfernung (in Schwarzschildradien) muss Materie an ein Objekt herankommen, so dass die umgewandelte potenzielle Energie 10% der Ruheenergie der einfallenden Materie entspricht.

$$\frac{G \cdot m \cdot M}{R} = 0,1 \cdot mc^2$$

$$R = \frac{10G \cdot M}{c^2} = 5R_s$$

4) Herleitung der Eddington Leuchtkraft:

a) Gib den Impuls eines Photons mit der Wellenlänge  $\lambda$  an. Führe dazu die speziell relativistischen Formeln für Energie und Impuls zusammen.

$$E = mc^2 = mv \frac{c^2}{v} = p \frac{c^2}{v}$$

$$E = pc \rightarrow p = \frac{E}{c} = \frac{hc}{\lambda c} \rightarrow p = \frac{h}{\lambda}$$

b) Angenommen, die Sonne mit der Leuchtkraft  $L$  sendet Photonen mit nur einer Wellenlänge  $\lambda$  aus. Wie viele davon treffen pro Sekunde auf einen Quadratmeter in der Entfernung  $R$  vom Stern.

$$\tilde{n} = \frac{L}{4\pi R^2} \cdot \frac{hc}{\lambda} = \frac{L \cdot \lambda}{4\pi R^2 \cdot hc}$$

c) Wie groß ist in dieser Entfernung der Impuls pro Sekunde pro Quadratmeter?

$$\tilde{p} = \tilde{n} \cdot p = \frac{L \cdot \lambda}{4\pi R^2 \cdot hc} \cdot \frac{h}{\lambda} = \frac{L}{4\pi R^2 \cdot c}$$

d) Welche physikalische Größe wird mit Aufgabe c) beschrieben?

Kraft pro Quadratmeter = Druck (Strahlungsdruck)

e) Berechne aus d) die Kraft auf ein Elektron mit dem Wechselwirkungsquerschnitt:  $6,65 \cdot 10^{-29} m^2$ .

$$F = \frac{L}{4\pi R^2 \cdot c} \cdot 6,65 \cdot 10^{-29} m^2$$

f) Setze die in e) berechnete Kraft mit der Gravitationskraft auf ein Proton in derselben Entfernung gleich und löse nach der Leuchtkraft auf.

$$\frac{L}{4\pi R^2 \cdot c} \cdot 6,65 \cdot 10^{-29} m^2 = G \frac{m_{Proton} \cdot M}{R^2}$$
$$L = \frac{G \cdot m_{Proton} \cdot 4\pi c}{6,65 \cdot 10^{-29} m^2} \cdot M = 6,3 \frac{W}{kg} \cdot M$$

5) Aus der Dopplerverbreiterung der Ha-Linie in NGC 5548 folgt eine Rotationsgeschwindigkeit von  $2,58 \cdot 10^3 km/s$ . In welcher Entfernung vom Zentrum bewegt sich das Wasserstoffgas, wenn das zentrale schwarze Loch eine Masse von  $6,54 \cdot 10^7$  Sonnenmassen aufweist?

$$F_{Zentral} = m_{Gas} \frac{v^2}{r}$$
$$G \frac{M \cdot m_{Gas}}{r^2} = m_{Gas} \frac{v^2}{r} \rightarrow r = G \frac{M}{v^2}$$
$$r = 1,30 \cdot 10^{15} m = 8,78 \cdot 10^3 AE$$

6) In M 84 lässt sich die Akkretionsscheibe räumlich auflösen. Es wurden Spektren auf einer Linie durch das Zentrum des AGN, senkrecht zur Rotationsachse aufgenommen. Die abgebildeten Spektren befanden sich 0,10" bzw. 0,15" links bzw. rechts vom Zentrum.

a) Ermittle die Rotationsgeschwindigkeiten des Gases an den unterschiedlichen Stellen.

(NII: 654,8 nm, H $\alpha$ : 656,3 nm, NII: 658,3 nm, SII: 671,6 nm; SII: 673,1 nm ; Walsh et al., 2010)

Bei -0,15":  $1,48 \cdot 10^3 \frac{km}{s}$

Bei 0,15": 950 km/s

b) Ermittle die Fluchtgeschwindigkeit von M 84 und daraus die Entfernung zur Erde (Hubblekonstante:  $67 \frac{km}{s} / Mpc$ )

Fluchtgeschwindigkeit:  $0,5 \cdot \left( 1,48 \cdot 10^3 \frac{km}{s} + 950 \frac{km}{s} \right) = 1,22 \cdot 10^3 \frac{km}{s}$

Entfernung: 18,2 Mpc

c) Berechne aus den Rotationsgeschwindigkeiten und den Entfernungen der Messpunkte zum Zentrum die Masse des zentralen schwarzen Lochs.

0,15" entsprechen 12 pc

$$M = \frac{r \cdot v^2}{G} = 3,8 \cdot 10^{38} kg = 1,9 \cdot 10^8 M_{solar}$$

d) Begründe, warum die in c) berechnete Masse eine untere Grenze für die Zentralmasse ist.

Wenn die Scheibe um einen Winkel kleiner  $90^\circ$  geneigt ist, ist die beobachtete Radialgeschwindigkeit kleiner als die tatsächliche Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe.

