

## Aktivität 1

# Die Macht der potenziellen Energie – AGNs in der 8. Jahrgangsstufe

Aufgaben zur Energie allgemein:

1) Bekannte Energieträger und ihr Energieinhalt:

Verbrennen von Steinkohle (30 MJ pro kg Kohle)

Kernspaltung von Uran (86 TJ pro kg Uran)

(noch hypothetisch) Kernfusion mit Wasserstoff (0,34 PJ pro kg Deuterium-Tritium-Gemisch)

a) Aus welcher Höhe müsste man 1 kg der jeweiligen Energieträger fallen lassen, um im idealen freien Fall den gleichen Energieinhalt kurz vor dem Aufschlag als kinetische Energie zu erhalten?

(Ansatz 1 mit  $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ , Ansatz 2 mit  $E_{pot} = -G \frac{m \cdot M_{Erde}}{r}$ )

Gegeben:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ ,  $M_{Erde} = 5,97 \cdot 10^{24} kg$ ,  $R_{Erde} = 6,37 \cdot 10^6 m$

b) Vergleiche den Energieinhalt der jeweiligen Energieträger mit dem theoretisch maximal möglichen Energieinhalt  $E = mc^2$ .

	Steinkohle	Uran	Wasserstoff
Energie	30 MJ	86 TJ	0,34 PJ
Höhe 1 ( $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ )	$3,1 \cdot 10^3 km$	$8,7 \cdot 10^9 km$	$3,5 \cdot 10^{10} km$
Höhe 2 ( $E_{pot} = -G \frac{m \cdot M_{Erde}}{r}$ )	$5,8 \cdot 10^3 km$	---	---
Energieinhalt in $mc^2$	$3,4 \cdot 10^{-10}$	$9,6 \cdot 10^{-4}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$

Benutze für die weiteren Aufgaben die Formel:  $E_{pot} = -G \frac{m \cdot M}{r}$

2) Der Meteor von Tscheljabinsk trat mit einer Masse von  $1,2 \cdot 10^7 kg$  und einer Geschwindigkeit von  $1,9 \cdot 10^4 m/s$  in die Erdatmosphäre ein.

a) Untersuche, ob die Anziehungskraft der Erde ihn auf diese Geschwindigkeit hat beschleunigen können.

$$E_{kin} = 0,5mv^2 = 2,2 \cdot 10^{15} J$$

$$\Delta E_{Pot} = G \cdot m \cdot M_{Erde} \left( \frac{1}{R_{Erde}} - \frac{1}{r} \right)$$

Der Abstand wäre negativ. Selbst wenn der Meteor aus dem Unendlichen gekommen wäre, hätte er diese Geschwindigkeit nicht erreichen können.

b) Vergleiche die freigesetzte Energie mit dem maximal möglichen Energieinhalt  $E = mc^2$ .

$$E_{kin} = 0,5mv^2 = 2,2 \cdot 10^{15} J = 2,1 \cdot 10^{-9} mc^2$$

3) Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit, mit der ein Körper in die Sonne stürzen kann?

Gegeben:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ ,  $M_{Sonne} = 1,99 \cdot 10^{30} kg$ ,  $R_{Sonne} = 6,96 \cdot 10^8 m$

$$0,5mv^2 = G \cdot m \cdot M_{Sonne} \left( \frac{1}{R_{Sonne}} \right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2G \cdot M_{Sonne}}{R_{Sonne}}} = 618 \text{ km/s}$$

Wie groß müsste die Sonne sein, dass ein Körper beim Auftreffen auf die Sonnenoberfläche eine so große kinetische Energie besitzt, die 10% seiner Ruheenergie entspricht.

$$G \cdot m \cdot M_{Sonne} \left( \frac{1}{R_{Sonne}} \right) = 0,1 \cdot mc^2$$

$$R_{Sonne} = \frac{G \cdot M_{Sonne}}{0,1 \cdot c^2} = 14,8 \text{ km}$$

Aufgaben zu extrem kompakten Objekten:

4) Vom Objekt 3C 273 treffen  $3,28 \cdot 10^{-12} W$  senkrecht auf jeden Quadratmeter Erde. Im Vergleich dazu kommen von der 150 Mio. km (1 AE) entfernten Sonne 1367 W auf jeden Quadratmeter Erde an. Folgende Tabelle zeigt, wie groß die Strahlungsleistung der Sonne auf den anderen Planeten unseres Sonnensystems ist.

Planet	Merkur	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun
Entfernung zur Sonne in AE	0,39	0,72	1,0	1,5	5,2	9,5	19	30
Strahlungsleistung in Watt pro Quadratmeter	8991	2638	1367	607,8	50,57	15,15	3,788	1,519

a) Finde eine Gesetzmäßigkeit:

Strahlungsleistung in Watt pro Quadratmeter	$8991 = \frac{1367}{0,39^2}$	$2638 = \frac{1367}{0,72^2}$	$1367 = \frac{1367}{1^2}$	$607,8 = \frac{1367}{1,5^2}$	$50,57 = \frac{1367}{5,2^2}$	$15,15 = \frac{1367}{9,5^2}$	$3,788 = \frac{1367}{19^2}$	$1,519 = \frac{1367}{30^2}$
---	------------------------------	------------------------------	---------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------	-----------------------------	-----------------------------

b) Wie weit müsste man die Sonne wegschieben, damit von ihr eine genauso große Strahlungsleistung pro Quadratmeter auf der Erde ankommt, wie von 3C 273?

$$3,28 \cdot 10^{-12} = \frac{1367}{x^2} \rightarrow x = 2,04 \cdot 10^7 \text{ AE} = 323 \text{ Lj}$$

c) Die Entfernung von 3C 273 beträgt 2,44 Mrd. Lichtjahre ( $1,54 \cdot 10^{14} \text{ AE}$ ). Wie viel Leistung pro Quadratmeter käme von der Sonne in dieser Entfernung auf der Erde an?

$$x = \frac{1367}{(1,54 \cdot 10^{14})^2} = 5,76 \cdot 10^{-26} \text{ W/m}^2$$

d) Wie groß ist die Lichtleistung von 3C 273 im Vergleich zur Sonne?

$$x = \frac{3,28 \cdot 10^{-12}}{5,76 \cdot 10^{-26}} = 5,69 \cdot 10^{13}$$

e) Die Zentralregion von 3C 273 lässt sich nicht auflösen, d.h. sie ist kleiner als  $3 \cdot 10^{15} \text{ m}$ . Angenommen die Lichtleistung von 3C 273 resultiert aus einer Anzahl an Sonnen wie die unsre. Berechne ihren gegenseitigen Abstand, wenn sie sich in einem Würfel mit  $3 \cdot 10^{15} \text{ m}$  Kantenlänge befinden.

Volumen:  $V = 2,7 \cdot 10^{46} \text{ m}^3$

Jedem Stern stehen  $\frac{2,7 \cdot 10^{46} \text{ m}^3}{5,69 \cdot 10^{13}} = 4,7 \cdot 10^{32} \text{ m}^3$  zur Verfügung, d.h. er befindet sich im Zentrum eines Würfels mit  $7,8 \cdot 10^{10} \text{ m}$  Kantenlänge. Der Abstand zum nächsten Stern ist demnach  $7,8 \cdot 10^{10} \text{ m} = 0,52 \text{ AE}$ .

f) Es gibt einen Zusammenhang zwischen maximaler Strahlungsleistung bzw. Leuchtkraft (Eddington Leuchtkraft) durch Akkretion und der Zentralmasse:

$$L_{\text{Eddington}} = 1,3 \cdot 10^{31} \frac{M}{M_{\text{Sonne}}} \text{ W}$$

Berechne damit die Zentralmasse von 3C 273. Gegeben:  $L_{\text{Sonne}} = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}$

$$5,69 \cdot 10^{13} \cdot 3,9 \cdot 10^{26} \text{ W} = 1,3 \cdot 10^{31} \frac{M}{M_{\text{Sonne}}} \text{ W}$$

$$M = 1,7 \cdot 10^9 M_{\text{Sonne}}$$

g) Berechne die Entfernung zur Zentralmasse, ab der die kinetische Energie eines Teilchens mit Lichtgeschwindigkeit gerade noch ausreicht, das Gravitationsfeld zu verlassen (Schwarzschildradius).

$$\frac{G \cdot m \cdot M}{R} = 0,5 \cdot mv^2$$

$$R = \frac{2G \cdot M}{c^2}$$

h) Wie viel Masse müsste jede Sekunde aus dem Unendlichen bis zum 5-fachen Schwarzschildradius fallen, damit die sekundlich freigesetzte potenzielle Energie der Eddington Leuchtkraft entspricht.

Jede Sekunde müssen  $5,69 \cdot 10^{13} \cdot 3,9 \cdot 10^{26} \text{ J} = 2,2 \cdot 10^{40} \text{ J}$  freigesetzt werden:

$$2,2 \cdot 10^{40} J = G \cdot m \cdot M \left( \frac{1}{5R_{\text{Schwarzschr.}}} \right)$$

$$2,2 \cdot 10^{40} J = G \cdot m \cdot M \left( \frac{c^2}{10G \cdot M} \right)$$

$$2,2 \cdot 10^{40} J = 0,1 m c^2$$

$$m = \frac{2,2 \cdot 10^{40} J}{0,1 c^2} = 2,5 \cdot 10^{24} kg$$

Es müsste pro Sekunde  $2,5 \cdot 10^{24} kg$  einfallen, was 0,4 Erdmassen entspricht.