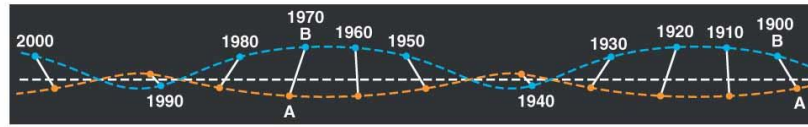


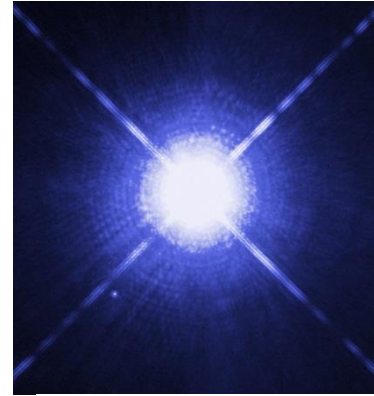
Aktivität 1

Das ungleiche Paar – Sirius A und Sirius B

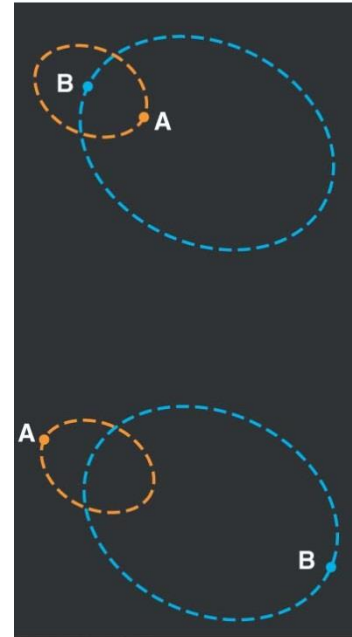
Ihre Spur am Himmel:



© 2004 Thomson/Brooks Cole



Ist ihre Bahn um den gemeinsamen Schwerpunkt bekannt, verhalten sich die großen Halbachsen ihrer Bahnen umgekehrt zu ihren Massen. Wenn die Umlaufszeit und die Summe der beiden großen Halbachsen bekannt sind, lässt sich mit Keplers drittem Gesetz die Summe ihrer Massen bestimmen. Leider sind die Bahnebenen der Sterne gegenüber der Beobachtungsebene geneigt, so dass die scheinbare Bahn nicht mit der wahren Bahn übereinstimmt. Die Bahnellipsen müssen in diesem Fall so gedreht werden, dass bei den relativen Bahnen der eine Stern auch tatsächlich im Brennpunkt der Ellipse steht. Im Folgenden sind die Angaben so, als würde man senkrecht auf die Bahnebenen beider Sterne blicken (tatsächlich ist die Bahnebene um ca. 136° geneigt).



© 2004 Thomson/Brooks Cole

Entfernung zum Sirius-System: 2,64 pc

Die große Halbachse der Ellipse des Ein-Körper-Problems: 7,61"

Die großen Halbachsen der individuellen Ellipsen verhalten sich wie:

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{0,466}{1}$$

Umlaufdauer: 49,94a

- Berechne die Gesamtmasse des Sirius-Systems
- Berechne die Einzelmassen

Von beiden Sternen ist folgendes bekannt, berechne die fehlenden Größen:

| | Sirius A | Sirius B |
|-----------------------------------------------|-----------|----------|
| Scheinbare Helligkeit | -1,46 mag | 8,53 mag |
| Oberflächentemperatur | 9900 K | 25193 K |
| Wellenlänge des Strahlungsmaximums | | |
| Absolute Helligkeit | | |
| Leuchtkraft in L_{\odot} | | |
| Radius | | |
| Mittlere Dichte | | |
| Mittlere Teilchendichte (purer Wasserstoff) | | |
| Mittlerer Teilchenabstand | | |
| Gravitationsbeschleunigung auf der Oberfläche | | |
| Fluchtgeschwindigkeit | | |

Aktivität 1 – Lösung

Kepler-Gesetz:

$$m_A + m_B = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{T^2} = \frac{a^3 \cdot d^3}{T^2}$$

Einsetzen der großen Halbachse a in Bogensekunden, der Entfernung des Systems d in Parsec und die Umlaufzeit T in Jahren ergibt das Ergebnis der Massensumme in Sonnenmassen:

$$m_A + m_B = \frac{7,61^3 \cdot 2,64^3}{49,94^2} M_\odot = 3,25 M_\odot$$

Mit

$$\begin{aligned} \frac{a_A}{a_B} &= \frac{0,466}{1} = \frac{m_B}{m_A} \rightarrow m_B = 0,466 \cdot m_A \\ m_A + 0,466 \cdot m_A &= 3,25 M_\odot \\ m_A &= 2,22 M_\odot \\ m_B &= 1,03 M_\odot \end{aligned}$$

Wellenlänge des Strahlungsmaximums: Wiensches Verschiebungsgesetz

$$\lambda_{\max} = \frac{2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot K}{T}$$

| | |
|------------------|------------------|
| Sirius A: 293 nm | Sirius B: 115 nm |
|------------------|------------------|

Absolute Helligkeit: Entfernungsmodul

$$m - M = 5 \cdot \log_{10} \left(\frac{r}{10 \text{ pc}} \right) \rightarrow M = m - 5 \cdot \log_{10} \left(\frac{r}{10 \text{ pc}} \right)$$

| | |
|--------------------|--------------------|
| Sirius A: 1,43 mag | Sirius B: 11,4 mag |
|--------------------|--------------------|

Leuchtkraft: Vergleich mit der Sonne ($M_\odot = 4^m, 8$)

$$\frac{L_B}{L_\odot} = (\sqrt[5]{100})^{M_\odot - M_B} \rightarrow L_B = (\sqrt[5]{100})^{M_\odot - M_B} \cdot L_\odot$$

| | |
|--------------------------|-----------------------------|
| Sirius A: 22,3 L_\odot | Sirius B: 0,00229 L_\odot |
|--------------------------|-----------------------------|

Radius: Stefan-Boltzmann Gesetz mit $L_\odot = 3,86 \cdot 10^{26} \text{ W}$

$$L = \sigma \cdot A \cdot T^4 = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T^4 \rightarrow R = \sqrt{\frac{L}{5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot 4\pi \cdot T^4}}$$

| | |
|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Sirius A: $1,12 \cdot 10^9 \text{ m} = 1,61 R_\odot$ | Sirius B: $1,75 \cdot 10^6 \text{ m} = 1754 \text{ km}$ |
|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|

Mittlere Dichte mit $M_\odot = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$:

$$\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

| | |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| Sirius A: $751 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ | Sirius B: $9,13 \cdot 10^{10} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|

Mittlere Teilchendichte mit $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$n = \frac{\bar{\rho}}{m_p}$$

| | |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Sirius A: $4,50 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$ | Sirius B: $5,47 \cdot 10^{37} \text{ m}^{-3}$ |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|

Mittlerer Teilchenabstand:

$$d = n^{-1/3}$$

| | |
|--------------------|--------------------|
| Sirius A: 0,130 nm | Sirius B: 0,263 pm |
|--------------------|--------------------|

Gravitationsbeschleunigung:

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

| | |
|-------------------------------|-------------------------------------------|
| Sirius A: $235 \frac{m}{s^2}$ | Sirius B: $4,47 \cdot 10^7 \frac{m}{s^2}$ |
|-------------------------------|-------------------------------------------|

Fluchtgeschwindigkeit oder 2. kosmische Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$$

| | |
|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| Sirius A: $7,26 \cdot 10^5 \frac{m}{s} = 0,0024c$ | Sirius B: $1,25 \cdot 10^7 \frac{m}{s} = 0,042c$ |
|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------|